Tag der Mathematik

2018

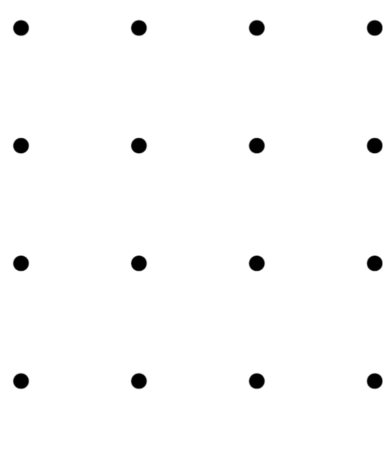
Uni Heidelberg - PH Heidelberg

Teamwettbewerb Mittelstufe

Die Lösung sollte nachvollziehbar formuliert und der Lösungsweg klar erkennbar sein!

Aufgabe 1.

Wieviele Quadrate lassen sich in das Raster einzeichnen? Hierbei dürfen nur Rasterpunkte als Eckpunkte von Quadraten auftreten.



Aufgabe 2.

Gib eine Möglichkeit für Ziffern a, b an, so dass zwischen der zweistelligen Zahl aa und der vierstelligen Zahl $abba$ die Beziehung $(aa)^b = abba$ besteht.

Aufgabe 3.

Aaron ist über die Ferien bei seinem Großvater zu Besuch. Auf einem seiner Streifzüge durch das Haus entdeckt er im Keller fünf Dosen und ein kleines Schild, das über den Dosen hängt. Dieses besagt: „Auf jeder der Dosen steht eine Aussage. Diese ist genau dann wahr, wenn in der Dose Kekse sind.“ Und tatsächlich klebt ein Zettel mit einem Satz auf dem Deckel einer jeden Dose. Die Aussage auf der fünften Dose ist jedoch nicht mehr zu entziffern. Die vier anderen Aussagen lauten:

1. In jeder der fünf Dosen sind Kekse.
2. In genau zwei der Dosen sind Kekse.
3. In genau zwei oder genau drei der Dosen sind Kekse.
4. In mindestens zwei der Dosen sind Kekse.

Nach einer Weile des Nachdenkens ruft Aaron nach seinem Großvater: „Du musst mir helfen. Ohne die Aussage auf der 5. Dose kann ich nicht herausfinden, in welcher der Dosen Kekse sind.“ Der Großvater lächelt und sagt: „Ich werde dir noch einen kleinen Tipp geben: Meinst du, ich würde fünf leere Dosen in meinen Keller stellen?“ Nun dauert es nicht lange, bis auch Aaron lächelt, und wenig später ist eine weitere der Dosen leer. Von welcher der Dosen konnte Aaron sicher wissen, dass in ihr Kekse sind?

Aufgabe 4.

Wir bilden eine Zahlenfolge wie folgt: Beginnend mit der 1 addieren wir jeweils die Anzahl der Stellen der vorangegangenen Zahl. Beispielsweise folgt auf die Zahl 103 die Zahl $103 + 3 = 106$, da 103 drei Stellen hat.

a) Zeige, dass die Zahl 2016 in dieser Folge vorkommt. Nach wievielen Schritten wird sie erreicht?

b) Was ist die kleinste Zehnerpotenz, die nicht in der Folge vorkommt?

Aufgabe 5.

Daniela, Erik, Franziska und Gregor zeichnen je ein rechtwinkliges Dreieck mit ganzzahligen Seitenlängen auf ein Blatt Papier. Dabei stellen sie fest, dass bei allen vier Dreiecken die Maßzahl der Fläche doppelt so groß wie die Maßzahl des Umfangs ist. Zeige, dass mindestens zwei der vier kongruente Dreiecke gezeichnet haben.

Aufgabe 6.

Kurz vor Weihnachten plant der Weihnachtsmann die Route, auf der er am Weihnachtsabend mit seinem von Rentier Rudolf gezogenen Schlitten einige der 64 Häuser des Städtchens Schneeberg besuchen will. Er fährt entlang des auf der nächsten Seite mehrfach abgebildeten Straßennetzes (die Punkte stellen hierbei die Häuser dar) auf gerader Linie von Haus zu Haus und weiß aus der Erfahrung der vergangenen Jahre, dass es, je leichter der Schlitten wird, immer schwerer wird, den Rentierschlitten mit dem immer enthusiastischer werdenden Rudolf abzubremsen. Deswegen muss er die Route so planen, dass der Weg vom aktuellen zum nächsten Haus immer länger ist als der Weg vom vorherigen Haus zum aktuellen. Wie viele verschiedene Häuser kann der Weihnachtsmann auf diese Weise höchstens besuchen und wie lang ist sein Weg dabei maximal?